

(MAT6SA1)

(3110-6A1)

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, MARCH/APRIL 2019.

(Regular)

Third Year — Sixth Semester

Part II — Mathematics

Paper VIII (A1) — INTEGRAL TRANSFORMS

(CLUSTER ELECTIVE A1)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE of the following questions.

1. Using Laplace transforms, solve $\frac{d^2y}{dt^2} + y = 0$ under the conditions that $y = 1, \frac{dy}{dt} = 0$ when $t = 0$.

లాప్లాస్ పరివర్తనం ను ఉపయోగించి $\frac{d^2y}{dt^2} + y = 0, y = 1, \frac{dy}{dt} = 0$ when $t = 0$ ని సాధించుము.

2. Using Laplace transforms solve $(D^2 + D)x = 2$ when $x(0) = 3, x'(0) = 1$.

లాప్లాస్ పరివర్తనం ను ఉపయోగించి $x(0) = 3, x'(0) = 1$ అయితే $(D^2 + D)x = 2$ ని సాధించుము.

3. Solve by using Laplace transforms $(D - 2)x + 3y = 0, 2x + (D - 1)y = 0$ if $x(0) = 8$ and $y(0) = 3$.

లాప్లాస్ పరివర్తనం ను ఉపయోగించి $(D - 2)x + 3y = 0, 2x + (D - 1)y = 0, x(0) = 8$ ని సాధించుము.

4. Solve the following equation for $F(t)$ with the condition that $F(0) = 0,$

$$F'(t) = \sin t + \int_0^t F(t-u) \cos u \, du.$$

$F(0) = 0$ అయితే $F'(t) = \sin t + \int_0^t F(t-u) \cos u \, du$ ని సాధించి $F(t)$ ని కనుగొనుము.

5. Solve the integral equation $F(t) = 1 + \int_0^t F(u) \sin(t-u) \, du.$

$F(t) = 1 + \int_0^t F(u) \sin(t-u) \, du$ సమాకలన సమీకరణంను సాధించుము.

6. Find the Fourier transform of $f(x) = \begin{cases} x & |x| \leq a \\ 0 & |x| > a \end{cases}$.

$$f(x) = \begin{cases} x & |x| \leq a \\ 0 & |x| > a \end{cases} \text{ నకు ఫోరియర్ పరివర్తనం ను కనుగొనుము.}$$

7. Find the cosine transform of the function $f(x)$ of $f(x) = \begin{cases} \cos x & 0 < x < a \\ 0 & x > a \end{cases}$

$$f(x) = \begin{cases} \cos x & 0 < x < a \\ 0 & x > a \end{cases} \text{ అయితే } f(x) \text{ నకు ఫోరియర్ కొస్సైన్ పరివర్తనం ను కనుగొనుము.}$$

8. Find the finite Fourier sine transform of $f(x) = x$.

$$f(x) = x \text{ అయితే } f(x) \text{ నకు పరిమిత ఫోరియర్ సైన్ పరివర్తనం ను కనుగొనుము.}$$

SECTION B — (5 × 10 = 50 marks)

Answer ALL of the following questions.

9. (a) Solve $(D^2 - D - 2)y = 20 \sin 2t$, $y = -1$, $Dy = 2$ when $t = 0$.

$$(D^2 - D - 2)y = 20 \sin 2t, y = -1, Dy = 2, t = 0 \text{ సాధించండి.}$$

Or

- (b) Solve by using Laplace transforms $(D^2 + 2D + 1)y = 3te^{-t}$, $t > 0$, $y = 4$, $Dy = 2$ when $t = 0$.

$$\text{లాప్లాస్ పరివర్తనం ను ఉపయోచించి } (D^2 + 2D + 1)y = 3te^{-t}, t > 0, y = 4, Dy = 2, t = 0 \text{ సాధించండి.}$$

10. (a) Solve by using Laplace transform $(D^2 - 3)x - 4y = 0$, $x + (D^2 + 1)y = 0$, $t > 0$ if $x = y = Dy = 0$, $Dx = 2$ when $t = 0$.

$$\text{లాప్లాస్ పరివర్తనంను ఉపయోచించి } t = 0 \text{ న వద్ద } x = y = Dy = 0, Dx = 2 \text{ అయితే } (D^2 - 3)x - 4y = 0, x + (D^2 + 1)y = 0 \text{ ని సాధించుము.}$$

Or

- (b) Solve by Laplace transform technique $(D + 2)x - y = -6t$, $-2x + (D + 1)y = -30t$ if $x(0) = 2$ and $y(0) = 3$.

$$(D + 2)x - y = -6t, -2x + (D + 1)y = -30t, x(0) = 2 \text{ మరియు } y(0) = 3 \text{ అను లాప్లాస్ పరివర్తనం ద్వారా సాధించుము.}$$

11. (a) Using Laplace transform solve $y(t) = 1 - e^{-t} + \int_0^t y(t-u) \sin u \, du$.

$$\text{లాప్లాస్ పరివర్తనం ను ఉపయోచించి } y(t) = 1 - e^{-t} + \int_0^t y(t-u) \sin u \, du \text{ ని సాధించుము.}$$

Or

- (b) Solve the integral equation $\int_0^t \frac{F(u) \, du}{(t-u)^{1/3}} = t(1+t)$.

$$\int_0^t \frac{F(u) \, du}{(t-u)^{1/3}} = t(1+t) \text{ సమాకలన సమీకరణంను సాధించుము.}$$

12. (a) Find the Fourier transform of $f(x)$ defined by $f(x) = \begin{cases} 1 & |x| < a \\ 0 & |x| > a \end{cases}$ and evaluate

$$\int_a^{\infty} \frac{\sin pa \cos px}{p} dp$$

$f(x) = \begin{cases} 1 & |x| < a \\ 0 & |x| > a \end{cases}$ అయితే $f(x)$ నకు ఫోరియర్ పరివర్తనం కనుగొని $\int_a^{\infty} \frac{\sin pa \cos px}{p} dp$ ని గణించుము.

Or

- (b) Find the Fourier sine transform of $f(x) = \frac{1}{x}$.

$f(x) = \frac{1}{x}$ నకు ఫోరియర్ సైన్ పరివర్తనను కనుగొనుము.

13. (a) State and prove Parseval's identity.

పార్సెవల్స్ ఐడెంటిటీ ని ప్రవచించి నిరూపించుము.

Or

- (b) Find the finite Fourier sine and cosine transform of $f(x)$ if $f(x) = \begin{cases} 1 & 0 < x < \pi/2 \\ -1 & \pi/2 < x < \pi \end{cases}$

$f(x) = \begin{cases} 1 & 0 < x < \pi/2 \\ -1 & \pi/2 < x < \pi \end{cases}$ అయితే $f(x)$ నకు పరిమిత ఫోరియర్ సైన్ మరియు కొస్యిన్ పరివర్తనను కనుగొనుము.